fachhochschule
coburg
university of applied sciences

**Fachbereich
Elektrotechnik und Informatik**

Seminararbeit

Wavelet-basierte Bilddatenkompression

Verfasser: Christian Hahn
Fach: Informatik-Seminar
Betreuer: Professor Engel

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis 2
1. Einleitung 3
2. Wavelet Grundlagen 3
2.1 Was ist ein Signal? 3
2.2 Was ist eine Transformation? 4
2.3 Was sind Wavelets? 4
2.4 Das „Haar“-Wavelet 7
2.5 Wavelet – Transformation 7
2.5.1 Kontinuierliche Wavelet Transformation (CWT) 7
2.5.2 Diskrete Wavelet Transformation (DWT) 8
2.5.3 Schnelle Wavelet Transformation (FWT) 9
2.6 Eindimensionale Wavelet Transformation („Haar“) 9
2.7 Zweidimensionale Wavelet Transformation 10
2.7.1 Standard Dekomposition 10
2.7.2 Non-Standard-Dekomposition 12
3. Technik 13
3.1 Filter und Filterbänke 13
3.2 Informationsgehalt von Frequenzen 15
3.3 Idee der Datenreduktion 15
3.4 Realisierung 16
4. Anwendung 16
4.1 Jpeg 2000 16
4.2 Vergleich Jpeg2000 zu Jpeg 17
5. Fazit 18
Abbildungsverzeichnis 19
Abkürzungsverzeichnis 20
Literaturverzeichnis 21

1. Einleitung

Das Gebiet der Wavelet-Theorie hat sich in den letzten Jahren aus den unterschiedlichsten wissenschaftlichen Bereichen wie der Mathematik, der Physik, der Informatik und den Ingenieurwissenschaften entwickelt. Anfang der 80er Jahre wurden diese Erkenntnisse aus den einzelnen Bereichen zusammengefasst.
Der Geophysiker Morlet nutzte als einer der ersten die Wavelet-Transformation. Er nutzte die Transformation für die Analyse von seismischen Signalen. Die Qualität solcher Analysen ist entscheidend für die Entdeckung von neuen Erdölvorkommen, deshalb versuchte er mit Hilfe der Wavelet-Transformation, die Unzulänglichkeiten der Fourier-Transformation zu kompensieren.

Vor der Entwicklung der Wavelet-Transformation spielte vor allem die von Jean Baptiste Fourier Anfang des 19. Jahrhunderts entwickelte Fourier-Transformation eine große Rolle bei der Analyse von Signalen. Die Fourier-Transformation analysiert eine Funktion hinsichtlich der enthaltenen Frequenzkomponenten eines Signals, sie liefert jedoch keine Erkenntnis über das zeitliche Auftreten der einzelnen Frequenzen.
Die Fourier-Transformation bildet auch den Ausgangspunkt für die Wavelet-Theorie und die damit verbundene Wavelet-Transformation. Jedoch werden nicht wie bei der Fourier-Transformation Sinus- und Kosinus-Funktionen verwendet, sondern so genannte Wavelet-Funktionen, welche hinsichtlich Zeit und Ort bestimmbar sind.

In der Computerwelt besitzt die Speicherung und Archivierung von Bildern eine hohe Wichtigkeit. Um die Bilder platzsparend und mit möglichst hoher Qualität zu speichern, wurden in den vergangen Jahren einige Kompressionsverfahren wie das weitverbreitete JPEG-Format entwickelt. Durch die Entwicklung der schnellen Wavelet-Transformation ist die Wavelet-Transformation auch für die Bilddatenkompression interessant geworden. Mit ihrer Hilfe können Daten bei niedriger Bitrate effizienter als mit den bisherigen Verfahren gespeichert werden.

2. Wavelet Grundlagen

2.1 Was ist ein Signal?

Ein Bild besteht aus Bildpunkten, welche in Zeilen und Spalten angeordnet sind. Die Änderung der Bildpunktwerte einer Zeile bzw. Spalte kann man als Funktionsverlauf darstellen. Abbildung 1 zeigt beispielhaft eine mögliche Pixelzeile, jeder Farbe ist einem eindeutigen Wert zugeordnet. Der Verlauf der Änderung der Bildpunktwerte einer Zeile kann man als Funktionsverlauf darstellen. (siehe Abbildung 2)

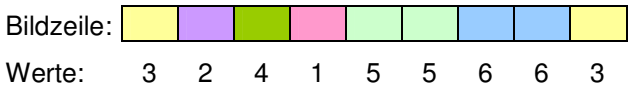

Abbildung 1 Farbverlauf mit dazugehörige Farbwerte

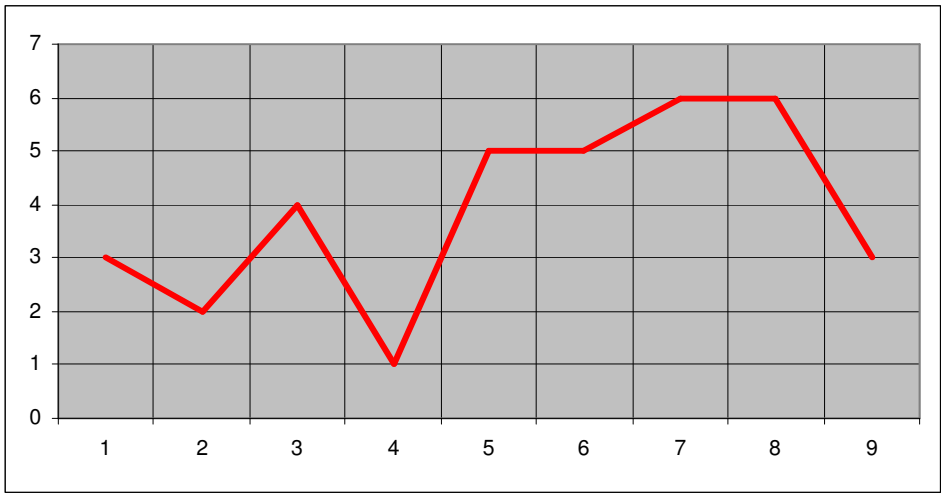

Abbildung 2 Funktionsverlauf aus Farbverlauf

In der Praxis ist jedoch noch zu beachten, dass Farben in der Regel nicht auf einem einzigen Wert abgebildet werden. Zur Beschreibung von Farbwerten existieren verschiedene Farbmodelle. So zum Beispiel das RGB-Model, bei dem es üblich ist, dass man eine Farbe aus 3 Farbkomponenten zusammensetzt: einer Rot-Komponente, einer Grün-Komponente und einer Blau-Komponente. Bei einem Echtfarbbild mit 32 Bit Farbtiefe besitzen die einzelnen Farbkomponenten dann Werte zwischen 0 und 255.

2.2 Was ist eine Transformation?

In der Mathematik versteht man unter dem Begriff der Transformation eine Art Abbilddung. Es handelt sich dabei um eine Umformung von einer Darstellungsform in eine andere, wobei der Informationsgehalt der Daten unverändert bleibt. Das Ziel einer Transformation ist es, Daten in eine andere Repräsentation zu bringen, die Vorteile für die nachfolgenden Operationen bringt. Der Rechenaufwand einer solchen Transformation ist nicht zu unterschätzen.

Die Multiplikation zweier römischer Zahlen ist ein einfaches Beispiel für eine Transformation.[1] Hat man die Aufgabe, die beiden römischen Zahlen LXXXVI und XLI zu multiplizieren, so rechnet man diese zunächst in arabische Zahlen um.
Aus LXXXVI wird 86 und aus der römischen XLI wird die arabische Zahl 41. Man transformiert die römischen Zahlen in arabische Zahlen. Nun multipliziert man die beiden arabischen Zahlen 86 und 41. Das Ergebnis 3526 übersetzt man nun wieder in römische Zahlen. In römischer Schreibweise lautet die Aufgabe dann: LXXXVI x XLI = MMMDXXVI

Bei der Verarbeitung von Bilddaten ist jedoch noch zu beachten, dass die Transformation eines Bildes alleine noch keine Kompression bzw. Reduktion der Daten mit sich bringt, sondern das Bild nur in einer anderen Form dargestellt wird. Ein Bild kann nach einer Transformation wieder vollständig und ohne Datenverluste rekonstruiert werden.

2.3 Was sind Wavelets?

Das Wort „Wavelet“ ist eine Wortneuschöpfung und bedeutet soviel wie „kleine Welle“. Wavelets sind mathematische Funktionen, welche bei der Wavelet-Transformation eingesetzt

[1] vgl. /ESS02/ Seite 2

werden, um ein Signal zu analysieren. Die Wavelet-Funktionen werden ähnlich wie die Sinus-Funktionen der Fourier-Transformation dazu benutzt, ein gegebenes Signal zu untersuchen. Bei den Wavelets geht man nicht wie bei der Fourier-Analyse von einem Sinus als Grundschwingung aus, sondern man nimmt ein „Mutter"-Wavelet. Zu diesen Zweck können Wavelets gestreckt bzw. gestaucht (skaliert) werden oder an eine bestimmte Stelle des Signals verschoben werden. Wavelet-Funktionen lassen sich allgemeine durch $\psi(at+b) \quad a,b \quad \varepsilon \quad R$ beschreiben. Bei a handelt es sich um den Skalierungsfaktor und bei b um den Verschiebefaktor.

Eine Wavelet-Funktion muss folgende Eigenschaften besitzen:

- Zulässigkeitsbedingung

$$0 < C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$$

  Ein Wavelet ist nur auf einem begrenzten Intervall ungleich Null.

- Absolut Integrierbar

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0$$

  Das Integral einer Wavelet Funktion muss Null sein.

Allgemein kann man ein Wavelet durch diese Formel beschreiben:

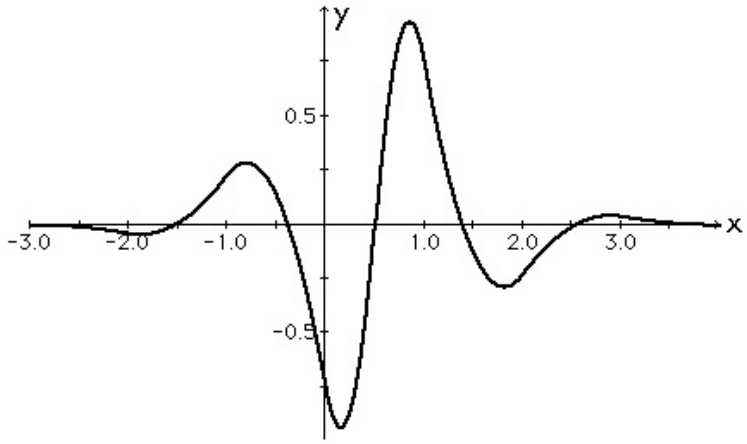

Abbildung 3 Ein "Mutter" - Wavelet

Das Mutter-Wavelet (Abbildung 1) ist der Ausgangspunkt einer Wavelet-Transformation. In der Transformation kommen dann die entsprechend skalierten und örtliche verschobenen Varianten des Mutter-Wavelets zum Einsatz. In Abbildung 2 ist eine gestauchte (blau) bzw. eine gestreckte (rot) Funktion abgebildet. Beide Funktionen sind örtlich verschoben. Diese neu entstandenen Funktionen nennt man Baby-Wavelets. Die Skalierungsfunktion wird auch als Vater-Wavelet bezeichnet.

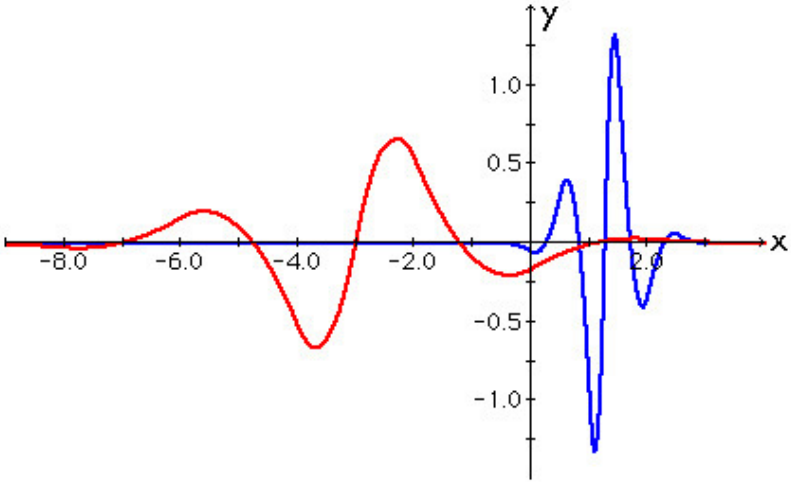

Abbildung 4 skalierte und verschobenes Wavelet

Wichtige Beispiele für Wavelets sind das Haar-Wavelet (siehe Kapitel 2.4), die nach Ingrid Daubechies benannten Daubechies-Wavelets, die ebenfalls von ihr konstruierten Coiflet-Wavelets sowie das eher theoretisch bedeutsame Meyer-Wavelet, welches um 1988 von Yves Meyer konstruiert wurde. Wie die in Abbildung 5 abgebildeten Daubechies-Wavelets des 4ten bzw. 20ten Grades zeigen, besitzen die meisten Wavelets eine komplizierte Gestalt und haben keine „handliche“ Form. [2]

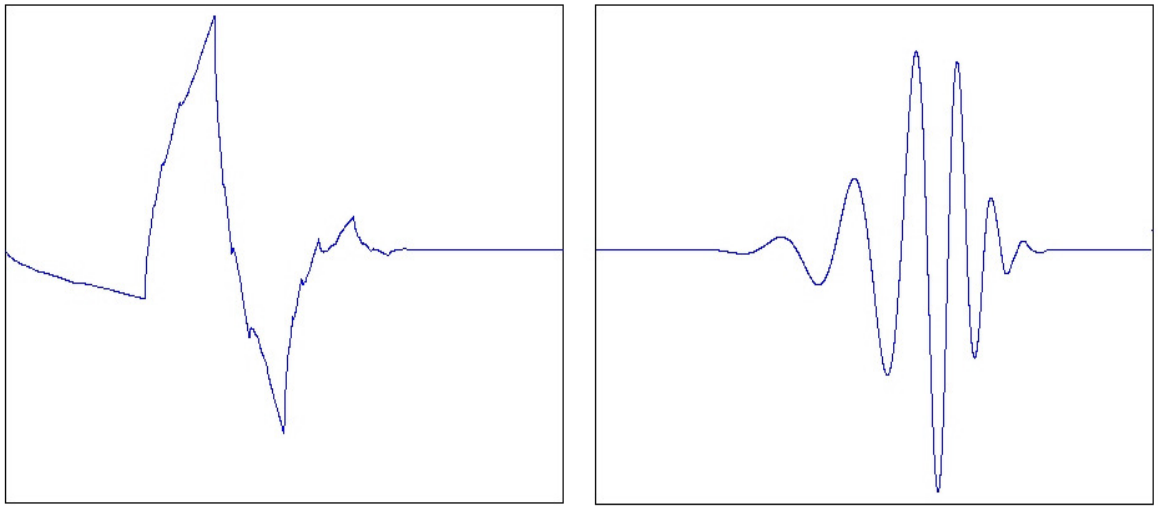

Abbildung 5 Daubechies-Wavelet 4ten und 20ten Grades

[2] vgl. /FHK07/

2.4 Das „Haar“-Wavelet

Das „Haar“-Wavelet kann als Mutter aller Wavelets bezeichnet werden. Es wurde 1909 von Alfred Haar vorgeschlagen. Es handelt sich dabei um ein in der Literatur weit verbreitetes und sehr anschauliches Wavelet, da der Verlauf des Wavelets recht einfach nachzuvollziehen ist. [3] Das Haar Wavelets ist definiert durch:

$$\psi(t) := \begin{cases} 1 & \text{für} \quad 0 \le t < \frac{1}{2} \\ -1 & \text{für} \quad \frac{1}{2} \le t < 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

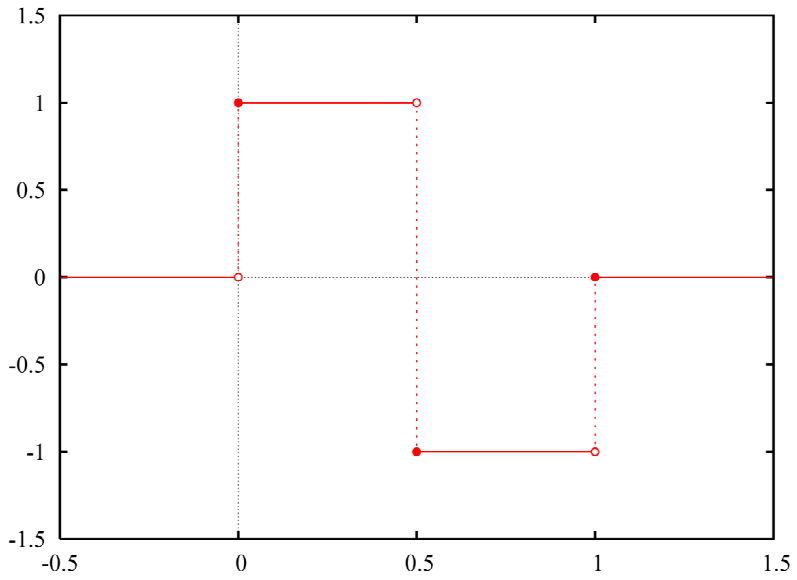

Abbildung 6 Verlauf des Haar Wavelets

2.5 Wavelet – Transformation

2.5.1 Kontinuierliche Wavelet Transformation (CWT)

Die Analyse eines Signals beruht bei der kontinuierlichen Wavelet-Transformation auf der Erkenntnis, dass die Wavelets beim Strecken oder Stauchen ihre Frequenz ändern, wodurch sie sich den verschiedenen Komponenten des Signals anpassen können. Durch Gedehnte Wavelets wird ein ungefähres Abbild des Signals vermittelt, während gestauchte mehr und mehr Details zeigen. Bei der Analyse eines Signals wird zunächst ein stark gedehntes Wavelet verwendet, um die tiefen Frequenzen zu bestimmen. Danach verwendet man immer mehr gestauchte Wavelets, um die Details bzw. die hohen Frequenzen zu bestimmen. Das

[3] vgl. /HAAR07/

Ausgangssignal kann durch die Addition der entsprechenden Wavelet-Transformierten wieder hergestellt werden.

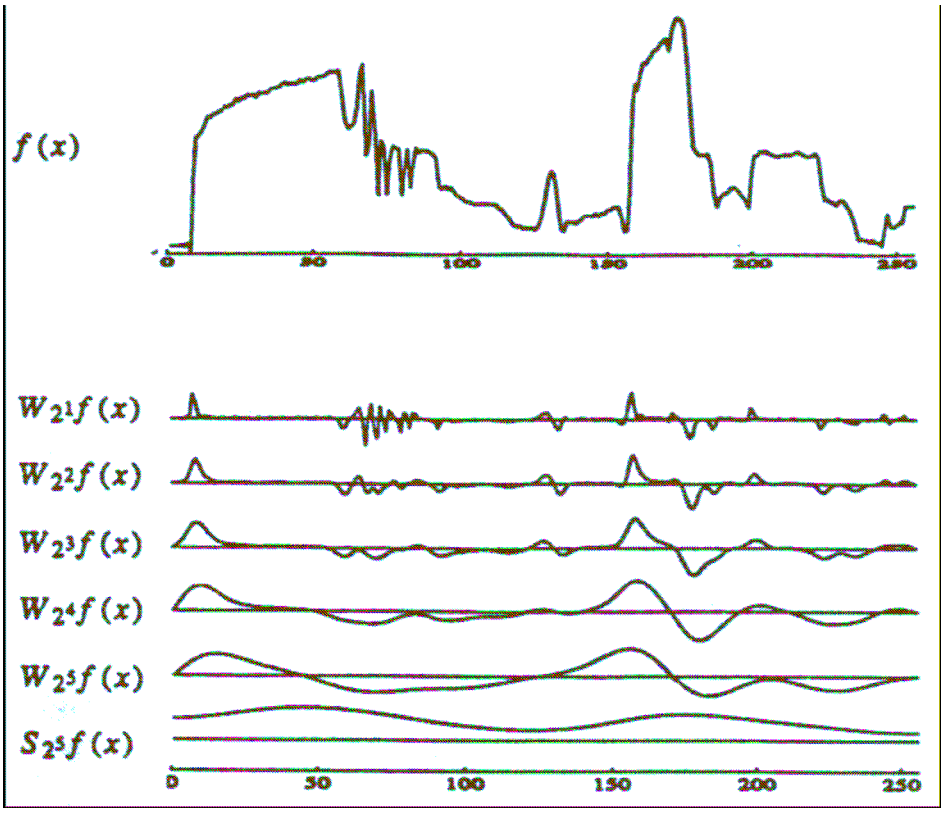

Abbildung 7 Wavelet Transformierte Funktion

Abbildung 7 zeigt ein Beispiel für eine Wavelet-Transformation. Die Funktion f(x) beschreibt das Ausgangssignal. Die Funktionen unterhalb stellen die jeweiligen Wavelet-Transformierten in unterschiedlichen Auflösungen (durch Skalierung des Wavelets) dar. Die unterste Funktion wurde mit einem stark gestreckten Wavelet analysiert. Sie beschreibt die Grundfrequenzen, welche im Ausgangssignal vorkommen. Alle weiter oben dargestellten Wavelet-Transformierten enthalten zunehmend mehr Details. Das verwendete Wavelet wurde entsprechend immer stärker gestaucht, um eventuelle Übereinstimmungen mit dem Signal zu finden. Überlagert man nun alle unteren Funktionen, so erhält man wieder das Ausgangssignal.
Durch die theoretisch mögliche Bestimmung von unendlich vielen Wavelet Koeffizient ist die CWT wegen Überschneidung einzelner Wavelets in höchsten Maße redundant und sehr rechenintensiv. In der praktischen Anwendung versucht man daher, die Skalen und Zeitparameter der CWT einzuschränken. Dies macht man bei der diskreten Wavelet Transformation (DWT).[4][5]

2.5.2 Diskrete Wavelet Transformation (DWT)

Die diskrete Wavelet-Transformation ist identisch mit der kontinuierlichen Wavelet-Transformation, jedoch besteht der Unterschied, dass die Wavelets in diskreten Schritten skaliert und verschoben werden. Dabei gilt es jedoch, die Parameter so zu wählen, dass zum einen nur eine sehr geringe Redundanz bei den Wavelet-Koeffizienten auftritt und zum

[4] vgl. /BUR97/, Seite 50
[5] vgl. /ESS02/, Seite 8

anderen, dass das Ursprungssignal trotzdem noch rekonstruierbar ist. Vereinfacht kann die DWT in der Form

$$C(a,b) = \sum f(t)\psi_{a,b}(t)$$

dargestellt werden. Durch Aufsummieren der Wavelet-Basisfunktion, die mit den Koeffizienten gewichtet werden, wird das Ausgangssignal wieder rekonstruiert.

$$f(t) = \sum C(a,b)\psi_{a,b}(t)$$

Als Beispiel für eine DWT ist die dyadische DWT zu nennen, bei der die Wavelets um Potenzen von 2 gestreckt werden.

2.5.3 Schnelle Wavelet Transformation (FWT)

In der Bildverarbeitung gelang der Wavelet-Transformation erst 1986 durch die von Mallet und Meyer entwickelter schnelle Wavelet-Transformation der Durchbruch. Sie zeigten als erste eine Verbindung zwischen der Wavelet-Theorie und Filtern aus der Signalverarbeitung auf.

Bei der FWT wir das Signal in zwei Anteile zerlegt, den groben Verlauf und in den Details. Um das Signal zu „zerlegen“, setzt man Filter ein. Man verwendet bei der schnellen Wavelet-Transformation einen Tiefpass-Filter, um den groben Verlauf zu bekommen und für die Details einen Hochpass-Filter. Der Tiefpass-Filter entspricht dabei der Skalierungsfunktion, während die Details durch die Wavelets beschrieben werden. Analog zu der diskreten bzw. kontinuierlichen Wavelet-Transformation bezeichnet man die Ergebnisse des Filterns auch als Wavelet-Koeffizienten.
Anschaulich kann man sich die Aufgabe des Tiefpass-Filters als Mittelwertbildung von benachbarten Bildpunkten vorstellen, während der Hochpass-Filter die dazugehörige Differenz zum originalen Signal ermittelt.
Nach der Filterung des Signals wird das Verfahren mit dem Tiefpass-Anteil wiederholt, welcher nun nur noch die halbe Länge des Ursprungssignals besitzt. Bei jedem Schritt wird die Anzahl der neu zu berechnenden Koeffizienten halbiert.
Bei der Bildverarbeitung bedeutet dies, dass der letzte Tiefpass dann dem mittleren Farbwert des analysierten Bildes entspricht. Auch bei der Bildanalyse mit der schnellen Wavelet-Transformation unter Verwendung geeigneter Filter gehen keine Informationen verloren. Das Ursprungsbild wird schrittweiße in Tiefpass und Details einer bestimmten Auflösung zerlegt und kann wieder vollständig rekonstruiert werden.

2.6 Eindimensionale Wavelet Transformation („Haar“)

Viele Aspekte der gesamten Wavelet-Theorie lassen sich bereits am einfachsten Wavelet, dem bereits in Kapitel 2.4 vorgestellten Haar-Wavelet beobachten. Die Transformation mit dem Haar-Wavelet wird auch als Haar-Transformation (HT) bezeichnet und arbeitet folgendermaßen:
Die Skalierungsfunktion (Tiefpass-Filter) glättet das Signal. Es wird der Mittelwert aus 2 Werten gebildet, so dass ein Signal mit halber Auflösung übrig bleibt. Das Haar-Wavelet selbst berechnet die Differenzen zum Mittelwert.
Für den Signalverlauf [2, 2, 5, 3] bedeutet dies beispielsweise:

Zunächst wird der Mittelwert von den benachbarten Werten gebildet
[(2 + 2) / 2, (5 + 3 /2)] = [2, 4]
Im Anschluss daran werden die Differenzen zum Mittelwert berechnet
[(2 - 2) / 2, (5 - 3 /2)] = [0, 1]
Aus dem Signalverlauf [2,2,5,3] wird nach der Transformation [2,4,0,1]

Aus dem neuen Signalverlauf kann durch eine Rücktransformation wieder das Ursprungssignal rekonstruiert werden: [2 + 0, 2 – 0, 4 + 1, 4 – 1] = [2, 2, 5, 3]

Ursprungssignal	4	6	3	8	9	2	3	4
nach einfacher Filterung	5	5,5	5,5	3,5	-1	-2,5	3,5	-0,5
nach zweifacher Filterung	5,25	4,5	-0,25	1	-1	-2,5	3,5	-0,5
nach dreifacher Filterung	4,875	0,375	0,25	1	-1	-2,5	3,5	-0,5

Abbildung 8 mehrere Transformationschritte mit einer HT

Die oben stehende Tabelle in Abbildung 8 zeigt beispielhaft wie eine Transformation mit mehreren Transformationsschritten durchgeführt werden kann und welche Ergebnisse sich nach jeden Transformationsschritt ergeben. Das Ursprungssignal ist grün eingefärbt, der Tiefpass-Anteil jeweils rot und der Hochpass-Anteil gelb. Deutlich zu erkennen ist hier, dass nach jedem weiteren Transformationsschritt der Hochpass-Anteil unverändert bleibt und die Transformation nur auf den Tiefpass-Anteil angewendet wird.

2.7 Zweidimensionale Wavelet Transformation

Bei der Zweidimensionalen Wavelet-Transformation geht man genauso vor wie bei der eindimensionalen Wavelet-Transformation. Man macht sich hierbei zu nutze, dass man die Transformationen hintereinander ausführen kann. Das bedeutet, man kann zuerst alle Zeilen transformieren und anschließend die Spalten. Die Rekonstruktion funktioniert nach dem gleichen Prinzip. Mit Hilfe der Rekonstruktionsfilter werden zuerst die Spalten und dann die Zeilen nach der eindimensionalen Rekonstruktion wieder zurück transformiert.
In der Bildverarbeitung gibt es zwei beliebte Vorgehensweisen für die schrittweise Zerlegung eines Bildes, die Standard-Dekomposition und die Non-Standard-Dekomposition, welche im Nachfolgenden erläutert werden.

2.7.1 Standard Dekomposition

Bei der Standard-Dekomposition wird die Wavelet-Transformation zunächst auf alle Zeilen des Bildes angewandt. Anschließend wird der Tiefpassanteil, welcher nun nur noch die Hälfte der Länge des gesamten Bildes hat, erneut der Transformation unterzogen. Dies kann man nun so lange fortsetzen, bis die Länge des Tiefpass-Anteils kleiner ist als die Länge des Filters. Nach der Transformation der Zeilen werden die Spalten nach demselben Muster transformiert. Abbildung 9 zeigt schematisch den Ablauf der Standard-Dekomposition, Grüne Flächen stellen den Tiefpassanteil dar, während der Hochpass-Anteil gelb dargestellt ist. Um zu verdeutlichen, was dies für ein reales Bild bedeutet, ist Abbildung 10 zu betrachten, welche die Zerlegung des Bildes anhand des Lena-Testbildes aufzeigt.

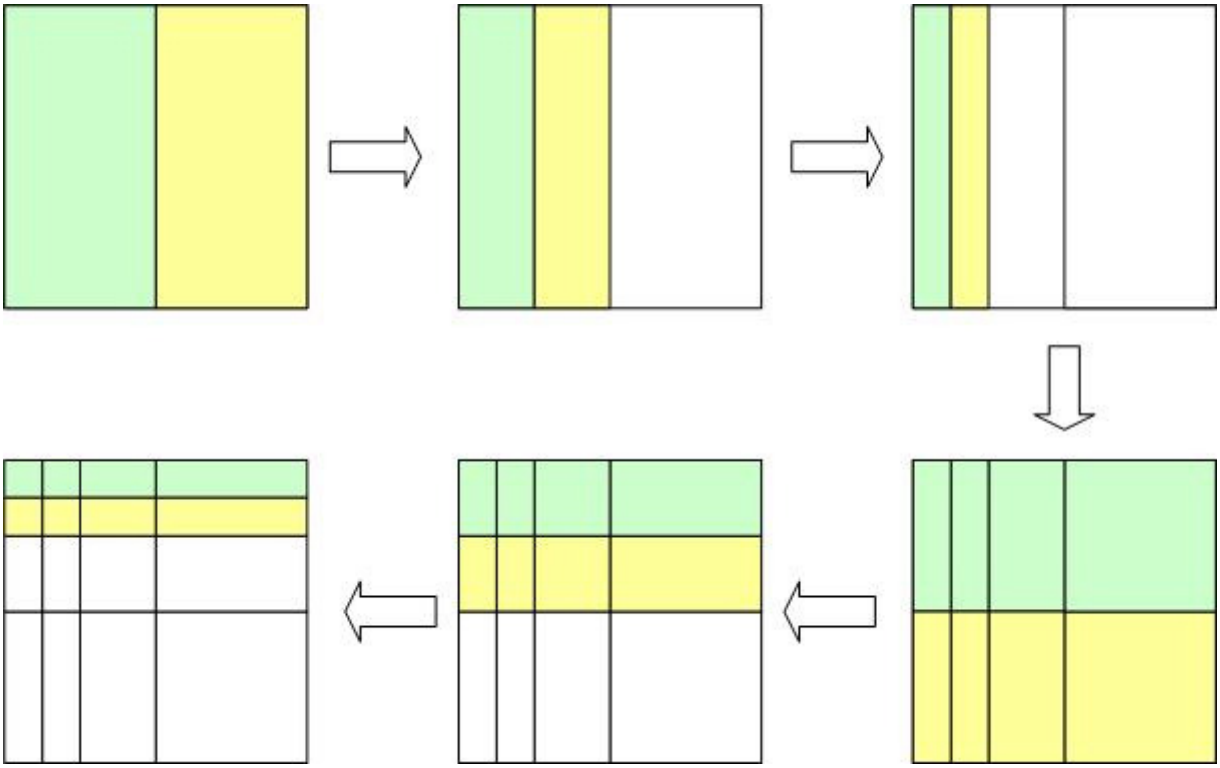

Abbildung 9 Schematische Darstellung der Standard-Dekomposition

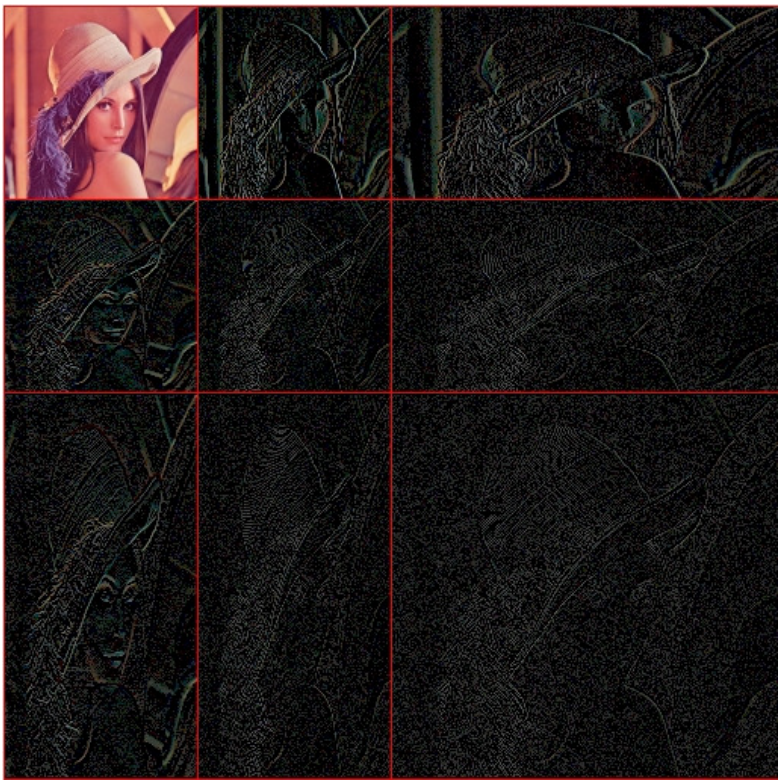

Abbildung 10 Lena-Testbild nach Standard Dekomposition

2.7.2 Non-Standard-Dekomposition

Bei der Non-Standard-Dekomposition wird die Wavelet-Transformation zunächst auf alle Bildzeilen angewendet und anschließend auf alle Spalten des Bildes. Anschließend wird der Schritt für den Tiefpass-Anteil, welcher nun nur noch ¼ des Ursprungsbildes ist, wiederholt. Genauso wie bei der Standard-Dekomposition kann man dies so lange durchführen, bis der Tiefpass-Anteil kleiner ist als die Filterlänge.

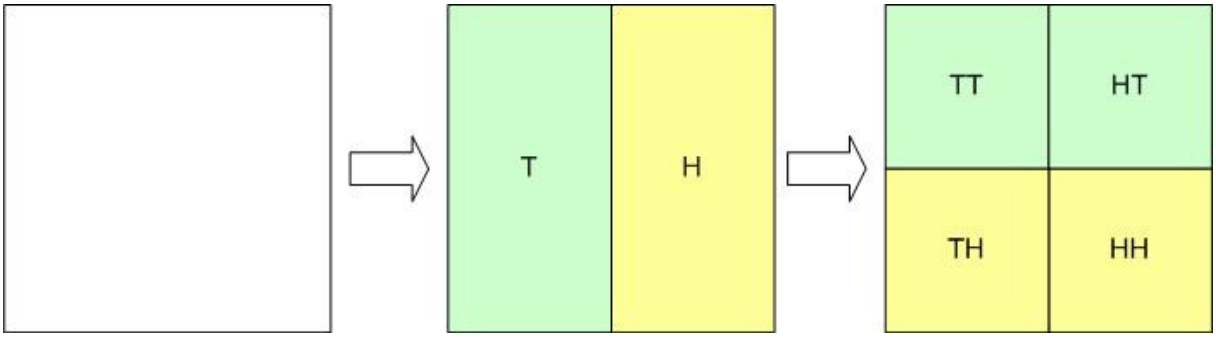

Abbildung 11 Non-Standard Dekomposition

Ein Iterationsschritt ist in Abbildung 11 dargestellt. Die Buchstaben stehen hierbei für den Hochpass- und den Tiefpass-Anteil. T steht für Tiefpass und H für Hochpass. Der erste Buchstabe gibt die Filterung der Zeilen an, während der zweite Buchstabe die Filterung der Spalten angibt. Der TT-Teil des Bildes ist zweimal Tiefpass gefiltert worden und zeigt ein verkleinertes geglättetes Abbild des Originalbilds. In TH sind vor allem die vertikalen Konturen sichtbar während in HT besonders die horizontalen Konturen betont werden. In HH sind vor allem die diagonalen Bildelemente enthalten.

Abbildung 12 Non-Standard-Dekomposition nach einfacher Filterung

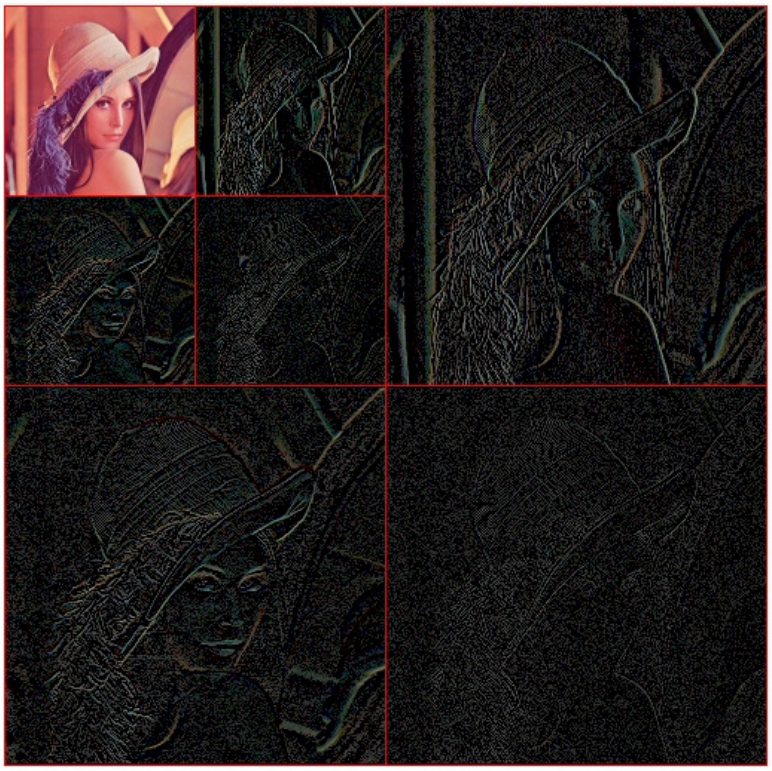

Abbildung 13 Non-Standard-Dekomposition nach zweifacher Filterung

Diese Vorgehensweise der Standard und Non-Standard-Dekomposition lässt sich auch auf andere zweidimensionale Datensätze ausweiten.
Das vorgehen bei der Nonstandard-Dekomposition ist effizienter, da es weniger Zuweisungen benötigt, außerdem kann mit der Nonstandard-Dekomposition eine bessere Bildqualität erzielt werden. Die Bilder wirken für das menschliche Auge „ruhiger“.

3. Technik

3.1 Filter und Filterbänke

Wie bereits im Kapitel über die schnelle Wavelet-Transformation erwähnt, kommen bei dieser Transformation Filter zum Einsatz. Zu jedem Wavelet existiert eine endliche Folge von reelen Zahlen, welche als Tief- und Hochpassfilter bei der schnellen Wavelet Transformation eingesetzt werden können. Die Zerlegung eines Signals oder Bildes bezeichnet man auch als Analyse, während die Rekonstruktion als Synthese bezeichnet wird. Die Filter werden analog dazu als Analyse- respektive als Synthese-Filter bezeichnet. Da wir für jeden Schritt einen Hochpass- und einen Tiefpass-Filter benötigen, kommt man auf insgesamt vier Filter, jeweils einen Hoch- und Tiefpass-Filter für die Synthese und die Analyse. Die Menge dieser vier Filter bezeichnet man als Filterbank. Die Filterlänge ist die Anzahl der Filter-Koeffizienten, die ein Filter besitzt. Der Haar-Filter ist mit einer Filterlänge von 2 recht kurz. In der Bildverarbeitung kommen allerdings andere Filter als das der auf dem Haar-Wavelet basierenden Filter zum Einsatz. Aufgrund der Unstetigkeit des Haar-Wavelets eignet es sich nicht für die Bilddaten-Kompression.
Da die Synthese die Analyse rückgängig machen kann, muss es einen Zusammenhang zwischen den Analyse und Synthese Filter geben. Mit Hilfe des in Abbildung 14 dargestellten „alternating flip pattern“ ist es möglich, aus einem Filter die Filterbank zu komplettieren.

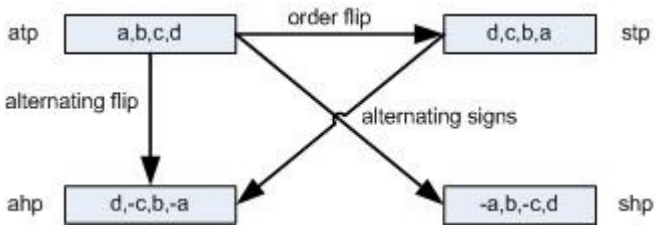

Abbildung 14 "Alternating flip pattern"

Order flip: Umkehrung der Reihenfolge der Filter-Koeffizienten
Alternating signs: Abwechselnde Negation der Filter-Koeffizienten
Alternating flip: Umkehrung der Reihenfolge und abwechselnde Negation

Haar (Filterlänge = 2)

atp	0,707106781	0,707106781
ahp	0,707106781	-0,707106781
stp	0,707106781	0,707106781
shp	0,707106781	0,707106781

Daubechies 4 (Filterlänge = 8)

atp	0,230377813	0,714846571	0,630880768	-0,027983769
	-0,187034812	0,030841382	0,032883012	-0,010597402
ahp	-0,010597402	-0,032883012	0,030841382	0,187034812
	-0,027983769	-0,630880768	0,714846571	-0,230377813
stp	-0,010597402	0,032883012	0,030841382	-0,187034812
	-0,027983769	0,630880768	0,714846571	0,230377813
shp	-0,230377813	0,714846571	-0,630880768	-0,027983769
	0,187034812	0,030841382	-0,032883012	-0,010597402

Abbildung 15 Haar und Daubechies 4 Filterbänke

Abbildung 15 zeigt beispielhaft die Filterbänke für Haar und Daubechie 4 atp steht hierbei für Analyse-Tiefpass-Filter, ahp für Analyse-Hochpass-Filter, stp für Synthse-Tiefpass-Filter und shp für Synthse-Hochpass-Filter.[6][7]

[6] vgl. /ESS02/, Kapitel 2.5 Wavelet-Tranformation ohne Wavelets: Filter
[7] vgl. /STR02/, Seite 110

3.2 Informationsgehalt von Frequenzen

Wie schon mehrmals erwähnt, bringt eine reine Transformation noch keine Datenkompression bzw. Datenreduktion mit sich. Die Frage die sich nun stellt, ist, wie die Datenreduktion realisiert wird. Bevor darauf in Kapitel 3.3 eingegangen wird, ist es zum besseren Verständnis nötig, sich über den Informationsgehalt von Frequenzen Gedanken zu machen.

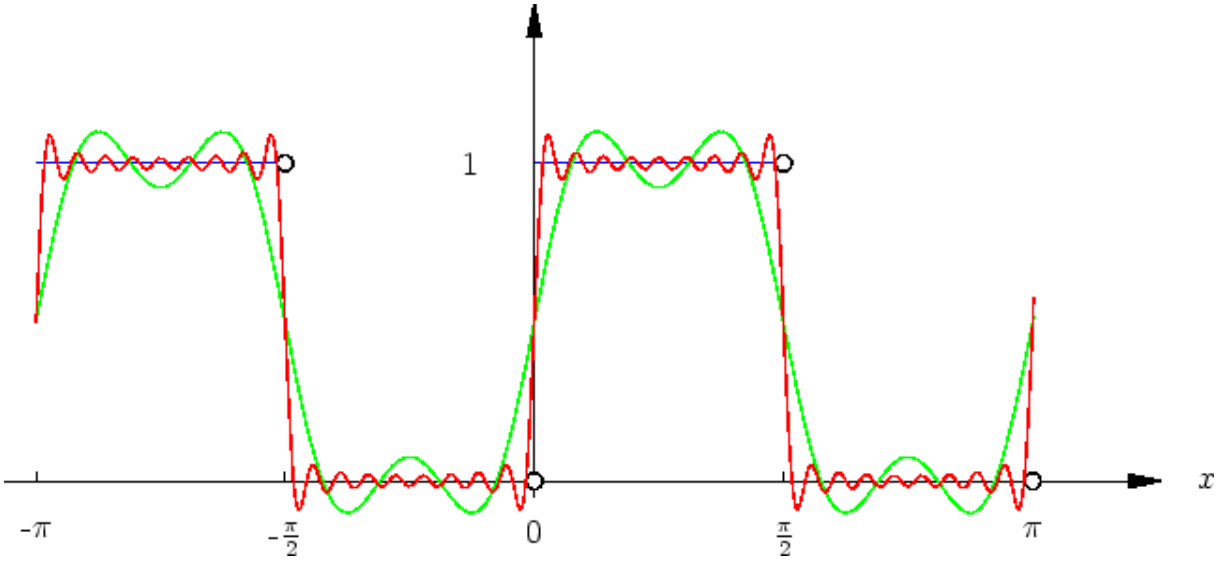

Abbildung 16 Gibbsches Phänomen

Betrachtet man die Abbildung des Gibbschesen Phänomens, so kann man erkennen, dass der Rechteckverlauf des Signals näherungsweise mit einer Sinus-Schwingung beschrieben werden kann. Wie zu erkennen ist, besitzt der grüne Signalverlauf schon eine recht gute Nährung an den Rechteckimpuls, die grüne Schwingung setzt sich aus zwei tieffrequenten überlagerten Sinus-Schwingungen zusammen. Um nähere Details des Signals zu bekommen, werden hochfrequente Sinus-Schwingungen benötigt. Der rote Signalverlauf zeigt dies. Durch die Überlagerung von höherfrequenten Signalen wird der Rechteckimpuls nun noch besser beschrieben. Daraus kann man folgern, dass tieffrequente Schwingungen die Grundinformation eines Signals enthalten und die hochfrequenten mehr und mehr Details zeigen.

3.3 Idee der Datenreduktion

Die Idee der Datenreduktion ist bei der DWT ähnlich der wie bei der Fourier-Transformation. Nach der DWT erhält man einen Vektor mit Koeffizienten. Bei der Datenreduktion wird die Tatsache eingesetzt, dass betragskleine Koeffizienten existieren, die nur wenige Informationen des Bilds enthalten und somit weggelassen werden können. Bei Farbbildern fallen die betragskleinen Koeffizienten mit den hohen Frequenzen zusammen, so dass man nach der Transformation mit der WT einfach den Hochpass-Anteil des Bildes auf 0 setzen kann, um eine Datenreduktion zu erreichen. Durch eine inverse Transformation erhält man wieder ein Bild nach der Datenreduktion.

3.4 Realisierung

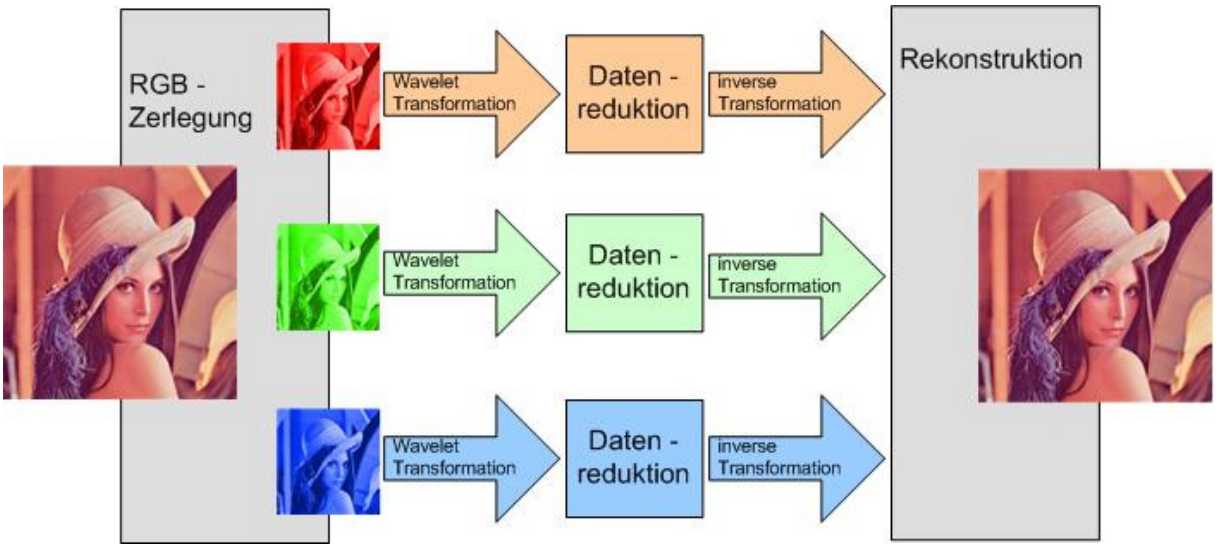

Abbildung 17 Schematische Darstellung der Datenreduktion mit Wavelets

In Abbildung 17 ist schematisch der Ablauf der Bildkompression mit Wavelets abgebildet. Wie in Kap. 2.1 erwähnt, besteht ein Farbbild nicht nur aus Grauwerten, sondern, wenn es mit dem RGB-Farbmodel realisiert wurde aus drei Farbkomponenten. Dies bedeutet, dass eine Farbe durch drei Werte beschrieben wird. Dies ist für die Wavelet Transformation ungünstig, da die WT nur für Vektoren skalarer Werte erklärt ist. Um nun ein Farbbild mit Wavelets zu transformieren, muss man das Farbbild zunächst in drei Grauwertbilder der einzelnen Farbkomponenten zerlegen. Anschließend wird jedes Bild transformiert und die Datenreduktion durchgeführt. Nach diesen Schritten wird aus den transformierten Farbauszügen wieder ein Farbbild rekonstruiert.[8]

4. Anwendung

4.1 Jpeg 2000

Die Joint Photographic Experts Group (JPEG) ist ein Gremium, welches 1992 ein standardisiertes Verfahren zur verlustbehafteten Kompression von digitalen (natürlichen) Bildern entwickelt hat. Das Format wurde nach dem Gremium benannt JPEG (kurz JPG). Der etablierte Jpeg-Standard, welcher sich in der Computerwelt großer Beliebtheit erfreut, weißt trotz der weiten Verbreitung einige Defizite auf. Aus diesem Grund wurde das JPEG2000 Format entwickelt. Das JPEG2000 Format setzt zur Kompression von Bildern nicht wie das „normale“ JPEG die Diskrete Kosinus-Transformation ein, sondern die Wavelet-Transformation. Bei hohen Kompressionsfaktoren erzeugt das JPEG-Format unschöne deutlich sichtbare Artefakte, während dies bei dem neueren JPEG2000-Format nicht der Fall ist. Zum Vergleich sind hier die Abbildungen 19 und 20 zu betrachten, welche zwei Version des Lena-Testbildes bei einem ähnlichen Platzbedarf zeigt. Abbildung 19 wurde mit JPG komprimiert. Der Qualitätsverlust zu Abbildung 20, welche mit JPEG2000 komprimiert wurde ist deutlich sichtbar. Das JPEG2000-Format bietet eine um 30 Prozent höhere Kompressionsrate, so dass die blockförmigen Artefakte nun der Vergangenheit angehören.

[8] vgl. /BÄC98/, Seite 65

Zur Komprimierung setzt das JPEG 2000-Format hierbei die biorthogonalen Daubechies-9/7-Wavelets ein. Neben diesem Hauptargument ist noch zu beachten, dass JPEG 2000 auch eine Reihe neuer Features wie Region of Interest (ROI) mitbringt.

4.2 Vergleich Jpeg2000 zu Jpeg

Um die Qualität der beiden Verfahren gegenüber zustellen, wurde das Lena-Testbild mit beiden Verfahren stark komprimiert, so dass die Schwachstellen von JPG deutlich zum Vorschein kommen. In Abbildung 18 sind deutlich die 8x8 Bildpunkte großen Artefakte zu erkennen, welche bei der JPEG2000 Kompression nicht auftreten da die WT von JPEG2000 das gesamte Bild transformiert. Der Grund warum bei JPEG 8x8 Große Blöcke eingesetzt werden ist die Rechenzeit. Für die DWT ist die Rechenzeit viel geringer als für die diskrete Fourier bzw. Kosinus Transformation. Die 8er Blöcke mehrfach zu berechnen ist viel schneller als den kompletten Zeilen / Spaltenvektor zu nehmen, außerdem ist noch zu beachten das bei der DFT bzw. DCT die Länge dieser Vektoren eine Größe von 2 hoch n haben müssen.

Abbildung 18 Lena-Testbild mit Jpeg-Komprimierung Dateigröße: 5,59 KB

Abbildung 19 Lena-Testbild mit Jpeg2000-Komprimierung, Dateigröße: 4,90 KB

5. Fazit

Wie diese Arbeit zeigt, hat die Technik der Wavelet-Transformation einiges an Potential für die Zukunft der Bildverarbeitung. So kann man Wavelets nicht nur zur Datenkompression sondern auch zur Bildverbesserung (Entrauschen) einsetzen.

Das JPEG2000-Format ist zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht weit verbreitet. Ein Hauptgrund dafür ist wohl, dass es von den weit verbreiteten Internet-Browsern bisher nur Safari ohne Zusatzmodule dargestellt werden kann und dass freie Software für den Standard unzureichend verfügbar ist. Einzig die Software „XnView“ (ein kostenloser Bildbetrachter) konnte ohne Einschränkungen Bilder im JPEG2000-Format speichern und öffnen. Auch das neue Windows VISTA hat keine native Unterstützung für dieses Bildformat.
Auch die nicht vorhandenen Hardware-Lösungen (wie z.B. Decoder-Chips in Digital-Kameras) sind ein Grund für die noch fehlende Verbreitung.

Trotz des noch fehlenden Durchbruchs des JPEG2000-Formats ist festzuhalten, dass die Wavelet-Transformation eine Zukunft in der Bilddatenkompression hat. So setzt die US-amerikanische Bundespolizei (Federal Bureau of Investigation, FBI) bereits Wavelets zur Speicherung von Fingerabdrücken ein. Durch geschickte Wahl der Koeffizienten ist der Fingerabdruckvergleich effizienter als mit anderen Verfahren.

Der Durchbruch der Wavelet-basierten Bilddatenkompression für die große Masse und dem JPEG2000-Format kann allerdings erst kommen, wenn kostengünstige und leistungsfähige Hardwarelösungen zur JPEG2000-Kodierung zur Verfügung stehen, welche dann in Digitalkameras oder Fotohandys zum Einsatz kommen können. Zuvor muss jedoch erst die Softwareindustrie Programme zur Verfügung stellen, welche das betrachten und bearbeiten des JPEG2000-Formats ermöglichen.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Farbverlauf mit dazugehörige Farbwerte 3
Abbildung 2 Funktionsverlauf aus Farbverlauf 4
Abbildung 3 Ein "Mutter" - Wavelet 5
Abbildung 4 skalierte und verschobenes Wavelet 6
Abbildung 5 Daubechies-Wavelet 4ten und 20ten Grades 6
Abbildung 6 Verlauf des Haar Wavelets 7
Abbildung 7 Wavelet Transformierte Funktion 8
Abbildung 8 mehrere Transformationschritte mit einer HT 10
Abbildung 9 Schematische Darstellung der Standard-Dekomposition 11
Abbildung 10 Lena-Testbild nach Standard Dekomposition 11
Abbildung 11 Non-Standard Dekomposition 12
Abbildung 12 Non-Standard-Dekomposition nach einfacher Filterung 12
Abbildung 13 Non-Standard-Dekomposition nach zweifacher Filterung 13
Abbildung 14 "Alternating flip pattern" 14
Abbildung 15 Haar und Daubechies 4 Filterbänke 14
Abbildung 16 Gibbsches Phänomen 15
Abbildung 17 Schematische Darstellung der Datenreduktion mit Wavelets 16
Abbildung 18 Lena-Testbild mit Jpeg-Komprimierung Dateigröße: 5,59 KB 17
Abbildung 19 Lena-Testbild mit Jpeg2000-Komprimierung, Dateigröße: 4,90 KB 18

Abkürzungsverzeichnis

AHP	Analyse-Hochpass-Filter
ATP	Analyse-Tiefpass-Filter
CWT	Kontinuierliche Wavelet Transformation
DFT	diskrete Fourier Transformation
DWT	diskrete Wavelet Transformation
FWT	schnelle Wavelet Transformation
HT	Haar Transformation
JPEG	Joint Photographic Experts Group
SHP	Synthse-Hochpass-Filter.
STP	Synthse-Tiefpass-Filter
WT	Wavelet Transformation

Literaturverzeichnis

/BÄC98/ Marcus Bäckmann, Dipomarbeit „Fourier- und Wavelet- Transformationen von Bilddateien mit dem Ziel der Datenreduktion“, 1998, http://www.baeckmann.de/pdf/diplomarbeit_bildtransformationen.pdf Stand: 14.05.2007

/BUR97/ Burke Hubbard, Barbara, Wavelets – Die Mathematik der kleinen Wellen, Birkhäuser Verlag, 1997

/CLE07/ Michael Clemens, Wavelet Tutorial, http://nt.eit.uni-kl.de/wavelet/, Stand 14.05.2007

/ESS01/ Christoph Esser, Wavelet Transformation von Standbildern, www.informatik.uni-mannheim.de/pi4/animations/wavelet/WaveletDemo.pdf Stand 15.04.2007

/FHK07/ Verfasser Unbekannt, Wavelets sind Bausteine, die schnell Daten dekorrelieren können. http://www.nt.fh-koeln.de/fachgebiete/mathe/wavelet.html, Stand 15.04.2007

/HAA07/ Verfasser Unbekannt, Haar Wavelet, http://de.wikipedia.org/wiki/Haar-Wavelet, Stand: 08.01.2007

/JPG07/ Verfasser Unbekannt, JPEG 2000, http://de.wikipedia.org/wiki/Jpeg2000 Stand: 10.05.2007

/STR02/ Tilo Struzt, Bilddatenkompression, Vieweg Verlag, 2005

/TAU06/ Stefan Tauschek, JPEG 2000 – Bildkompression auf Basis der Wavelettransformation, 2006, http://www.s-t-e.de/content/Articles/downlaods/Articles_11/ STE_112006_Wellenkompressor_01.pdf, Stand 14.05.2007

/TIL06/ Bettina Selig, Tilman Walther, Bildkompression mittels Wavelet-Transformation, 2006, http://www.tilman.de/uni/ws05/scivis/index.html, Stand: 05.04.2007

/VID94/ Brani Vidakovic, Peter Mueller, Wavelets for Kids, 1994, http://www2.isye.gatech.edu/~brani/wp/kidsA.pdf, Stand 10.04.2007